

**Pytania i zagadnienia do pisemnej części egzaminu dyplomowego dla studentów
kierunku matematyka studia I stopnia**

1. Para uporządkowana. Iloczyn kartezjański zbiorów. Relacja i typy relacji.
2. Relacja równoważności. Podział na klasy abstrakcji. Relacja porządkująca. Porządek liniowy.
3. Funkcja jako relacja. Dziedzina, przeciwdziedzina, zbiór wartości funkcji. Suriekcja, iniekcja, bijekcja. Funkcja odwrotna.
4. Zbiory równoliczne. Zbiór skończony i zbiór nieskończony. Zbiór przeliczalny i zbiór nieprzeliczalny.
5. Liczby wymierne, niewymierne, algebraiczne i przestępne oraz ich własności.
6. Ograniczony podzbiór zbioru liczb rzeczywistych. Kres górny i kres dolny zbioru. Aksjomat ciągłości Dedekinda.
7. Grupa. Grupa przemienna. Homomorfizm oraz izomorfizm grup.
8. Pierścień i ciało. Przykłady.
9. Przestrzeń liniowa. Podprzestrzeń przestrzeni liniowej. Przestrzeń liniowa \mathbb{R}^n . Inne przykłady przestrzeni liniowych.
10. Liniowa zależność i niezależność wektorów. Zbiór liniowo niezależny. Generator i baza przestrzeni liniowej. Przestrzeń liniowa skończenie wymiarowa.
11. Odwzorowanie liniowe. Reprezentacja macierzowa odwzorowania liniowego w przestrzeniach skończenie wymiarowych.
12. Układy równań liniowych i ich rozwiązywanie: twierdzenie Kroneckera-Capelliego i twierdzenie Cramera.
13. Zbieżność ciągu liczbowego. Własności granicy ciągów liczbowych.
14. Przestrzeń metryczna. Przykłady przestrzeni metrycznych. Zbieżność ciągu w przestrzeni metrycznej.
15. Ciąg Cauchy'ego w przestrzeni metrycznej. Przestrzeń metryczna zupełna. Przykłady.
16. Punkt skupienia zbioru w przestrzeni metrycznej. Granica funkcji.
17. Podstawowe pojęcia topologiczne w przestrzeni metrycznej: punkt wewnętrzny, wnętrze zbioru, zbiór otwarty, punkt skupienia, zbiór domknięty.
18. Funkcja ciągła. Funkcja jednostajnie ciągła. Własności funkcji ciągłych.
19. Pochodna funkcji. Funkcja różniczkowalna. Rachunkowe własności pochodnej. Pochodna funkcji odwrotnej i złożonej.
20. Twierdzenia o wartości średniej (Rolle'a, Lagrange'a, Cauchy'ego).

21. Związek monotoniczności funkcji ze znakiem pochodnej. Ekstrema lokalne funkcji.
Zastosowanie rachunku różniczkowego do wyznaczania ekstremów lokalnych.
22. Twierdzenie Taylora.
23. Całka nieoznaczona. Podstawowe metody obliczania całek nieoznaczonych. Obliczanie całek nieoznaczonych funkcji wymiernych.
24. Definicja całki oznaczonej w sensie Riemanna – interpretacja geometryczna.
25. Twierdzenie Newtona-Leibniza (fundamentalne twierdzenie rachunku całkowego).
26. Geometryczne zastosowania całki oznaczonej.
27. Szereg liczbowy. Zbieżność szeregu liczbowego. Kryteria zbieżności szeregów liczbowych.
Szeregi bezwzględnie zbieżne i warunkowo zbieżne.
28. Szereg potęgowy. Promień i obszar zbieżności szeregu potęgowego.
29. Szereg Taylora. Rozwijanie funkcji w szereg Taylora i Maclaurina.
30. Pochodna kierunkowa funkcji wielu zmiennych. Pochodne cząstkowe. Gradient jako kierunek największego wzrostu funkcji.
31. Ekstrema funkcji wielu zmiennych i ich wyznaczanie.
32. Niezależność zdarzeń losowych i niezależność zmiennych losowych.
33. Prawdopodobieństwo warunkowe i twierdzenie Bayesa (wzór na odwrócenie).
34. Zupełny układ zdarzeń i twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.
35. Dystrybuanta zmiennej losowej i jej związek z rozkładem prawdopodobieństwa.
36. Momenty zmiennej losowej.